Name: ______________________________ Matrikel-Nr.: __________________

Prof. Dr. Andreas Podelski
Matthias Heizmann
Alexander Nutz
Christian Schilling

Probeklausur zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 2014/2015

Die Klausur besteht aus diesem Deckblatt und sieben Blättern mit je einer Aufgabe. Falls Sie eine Aufgabe nicht auf dem entsprechenden Blatt bearbeiten, machen Sie das bitte deutlich kenntlich. Auf Anfrage erhalten Sie zusätzliches Papier. Tragen Sie auf jedem Blatt bitte Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen. Zur Bearbeitung haben Sie 95 Minuten Zeit. Insgesamt können 95 Punkte erzielt werden. Zum Bestehen der Klausur sind 47 Punkte hinreichend. (Die echte Klausur wird 120 Minuten dauern und 120 erreichbare Punkte haben.)

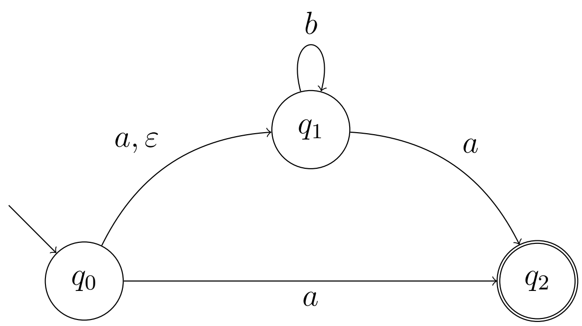
Nicht lesbare Lösungen/Lösungsversuche werden nicht gewertet. Falls Sie eine Aufgabe mehrmals bearbeiten, machen Sie bitte kenntlich, welche Lösung bewertet werden soll.

Aufgabe	Erreichte Punkte
1. Endliche Automaten	von 14
2. Kontextfreie Sprachen	von 16
3. Kontextfreie Grammatiken	von 13
4. Entscheidbarkeit	von 18
5. Polynomielle Reduktion	von 18
6. Verschiedene Themengebiete	von 16
Summe	von 95

Name: ______________________________ Matrikel-Nr.: __________________

1. Aufgabe (Endliche Automaten) $\boxed{\mathbf{14}}$

Gegeben sei der folgende ε-NEA $\mathcal{A}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:



(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Sprache von $\mathcal{A}$ beschreibt. $\boxed{3}$

(b) Geben Sie zu $\mathcal{A}$ einen äquivalenten NEA $\mathcal{B}$ an. $\boxed{3}$

(c) Geben Sie zu $\mathcal{B}$ einen äquivalenten DEA an. $\boxed{8}$

Name: ______________________________ Matrikel-Nr.: ____________________

2. Aufgabe (Kontextfreie Sprachen) $\boxed{\textbf{16}}$

Beweisen Sie, dass die Sprache

$$L = \{a^j b^k c^m \in \{a,b,c\}^* \mid j \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N},\ j < k < m\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ nicht kontextfrei ist.

Name: ________________________________ Matrikel-Nr.: __________________

3. Aufgabe (Kontextfreie Grammatiken) $\boxed{13}$

Gegeben sei die kontextfreie Sprache

$$L = \{a^n b^m \mid n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}, n \neq m\}.$$

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, die die Sprache L erzeugt **oder** konstruieren Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{K}$, der L mit Endzustand akzeptiert. Geben Sie jede Komponente des Tupels $G = (N, T, P, S)$ bzw. $\mathcal{K} = (\Sigma, Q, \Gamma, \rightarrow, q_0, Z_0, F)$ explizit an. Einzige Ausnahme ist die Transitionsrelation des Kellerautomaten, diese dürfen Sie auch durch ein Zustandsübergangsdiagramm beschreiben.

Name: ______________________________ Matrikel-Nr.: ____________________

4. Aufgabe (Entscheidbarkeit) $\boxed{\mathbf{18}}$

Gegeben sei die folgende Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{1, 0\}$.

$$L = \{bw_\tau 00u \in \Sigma^* \mid u \text{ beginnt mit dem Zeichen } 1 \text{ und } \tau \text{ ist eine Turingmaschine, die auf } u \text{ hält.}\}$$

(a) Ist L entscheidbar? $\boxed{9}$

(b) Ist L rekursiv aufzählbar? $\boxed{9}$

Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

Name: ______________________________ Matrikel-Nr.: ________________

5. Aufgabe (Polynomielle Reduktion) **18**

Das Problem der *Mengenüberdeckung* ist wie folgt definiert.

> *Gegeben:* Eine Menge M und eine Menge von Teilmengen (d.h. $S_1, \ldots, S_n$, $S_i \subseteq M$ für $i = 1, \ldots, n$) und eine natürliche Zahl $k \leq n$.
>
> *Frage:* Gibt es eine Auswahl von k Teilmengen $S_{j_1}, \ldots, S_{j_k}$ in der bereits alle Elemente aus M vorkommen? (d.h. $S_{j_1} \cup \cdots \cup S_{j_k} = M$)

Zeigen Sie, mit Hilfe von Reduktion, dass das Problem der Mengenüberdeckung NP-vollständig ist. Benutzen Sie dabei das NP-vollständige Problem der *Knotenüberdeckung* (Vertex Cover) das Sie bereits aus der Vorlesung kennen und das wie folgt definert ist:

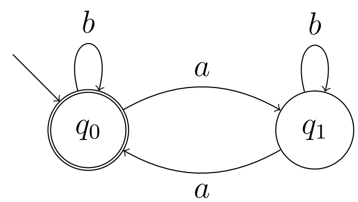
> *Gegeben:* Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl k.
>
> *Frage:* Besitzt G eine "überdeckende Knotenmenge" der Größe höchstens k? (Eine überdeckende Knotenmenge ist eine Teilmenge $V' \subseteq V$, sodass für alle Kanten $(u, v) \in E$ gilt: $u \in V'$ oder $v \in V'$.)

Name: ________________________________ Matrikel-Nr.: __________________

6. Aufgabe (Verschiedene Themengebiete) $\boxed{16}$

Einige der folgenden Behauptungen sind falsch. Geben Sie für jede falsche Behauptung ein Gegenbeispiel an. Richtige Behauptungen und die Gegenbeispiele müssen nicht weiter kommentiert werden.

(a) Es gibt keine reguläre (bzw. rechtslineare) Grammatik, welche die Sprache des folgenden DEA über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ erzeugt.



(b) Zu jeder kontextfreien Grammatik gibt es eine kontextsensitive Grammatik, die die gleiche Sprache erzeugt.

(c) Der Schnitt zweier unentscheidbarer Sprachen ist *immer* unentscheidbar.

(d) Ist die folgende Sprache entscheidbar?

$$L = \{bw_\tau \mid h_\tau(w) = ww \text{ für alle } w \in \Sigma^*\}$$

(e) Jede reguläre Sprache ist in der Komplexitätsklasse P.