Prof. Dr. Andreas Podelski
Dominik Klumpp

Abgabe bis Montag, 24. April 2023
16:00 Uhr via ILIAS
Besprechung: 2./3. Mai 2023

Übungen zu Theoretische Informatik
Übungsblatt 1

Allgemeine Informationen zum Übungsbetrieb

- Übungsblätter werden jeden Dienstag veröffentlicht, und sind bis zum folgenden Montag, 16 Uhr, über ILIAS abzugeben. Die Tutorate der folgenden Woche besprechen die Aufgaben und mögliche Lösungen. Wir möchten Sie ermuntern, aktiv an den Tutoraten teilzunehmen.
- Versuchen Sie zuerst allein, die Problemstellung zu verstehen. Anschließend können Sie die Aufgaben sowie Lösungsansätze mit Ihren Kommiliton*innen diskutieren.
- Schreiben Sie dann Ihre Lösung **einzeln** auf. Ziel ist, dass Sie das saubere Aufschreiben formaler Argumente üben. Spätestens in der Klausur müssen Sie dies eigenständig beherrschen.
- Achten Sie beim Aufschreiben darauf, klare und vollständige Antworten zu geben. Sollen Sie beispielsweise eine Aussage beweisen oder widerlegen, geben Sie zuerst in einem Antwortsatz an, ob die Aussage gilt oder nicht. Begründen Sie dann Ihre Antwort sorgfältig mit einem Beweis bzw. einem Gegenbeispiel.
- Für das Bestehen der Studienleistung werden 50 % der insgesamt erreichbaren Punkte benötigt.
- Die Übungsblätter werden teils Bonusaufgaben enthalten. Manche dieser Bonusaufgaben sind teils dazu gedacht, Sie anzuregen, über Fragen der theoretischen Informatik jenseits des Vorlesungsinhalts nachzudenken. Andere Bonusaufgaben sind aber auch ähnlich zu regulären Übungsaufgaben, und bieten Ihnen eine Gelegenheit, zusätzliche Punkte für die Studienleistung zu sammeln.

Aufgabe 1: Sprachen — 3 Punkte

Diese Aufgabe soll sie mit den grundlegenden Operationen auf Sprachen vertraut machen.

Gegeben seien die Sprachen $L_1 = \{a, aa, aba\}$ und $L_2 = \{\varepsilon, bc\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d\}$. Geben Sie die folgenden Sprachen explizit an:

(a) $L_1 \cap L_2$

(b) $L_1 \cup L_2$

(c) $(L_1)^2$

(d) $L_1 \cdot L_2$

(e) $L_1 \cdot L_2 \cdot L_1$

(f) $\Sigma^* \cdot L_2 \cdot \Sigma^*$

Aufgabe 2: Sprachen 3 Punkte

In dieser Aufgabe üben Sie, einfache Aussagen über Sprachen zu widerlegen oder zu beweisen.

Sei Σ ein beliebiges Alphabet und seien $L, L' \subseteq \Sigma^*$ Sprachen, welche aus endlich vielen Wörtern bestehen (d.h. $|L| \in \mathbb{N}$ und $|L'| \in \mathbb{N}$).
Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) $L \cdot L' = L' \cdot L$

(b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $|L^n| = |L|^n$.

(c) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $|\Sigma^n| = |\Sigma|^n$.

Aufgabe 3: Kleene-Abschluss 6 Punkte

Ziel dieser Aufgabe ist es, ein gutes Verständnis für den Kleene-Abschluss zu entwickeln.

Sei L eine Sprache, sodass $\varepsilon \in L$. Zeigen Sie, dass L^* die kleinste Sprache ist, die L enthält und unter Konkatenation abgeschlossen ist. Hierzu ist Folgendes zu zeigen:

(a) $L \subseteq L^*$

(b) $L^* \cdot L^* \subseteq L^*$

(c) Für eine Sprache L' mit $L \subseteq L'$ und $L' \cdot L' \subseteq L'$ gilt auch $L^* \subseteq L'$.