



Übungen zu Theoretische Informatik Übungsblatt 6

Aufgabe 1: Reguläre Ausdrücke

4 P

In dieser Aufgabe üben Sie, Sprachen durch reguläre Ausdrücke zu beschreiben.

Geben Sie reguläre Ausdrücke an, welche die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ beschreiben.

(a) $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{auf jedes } a \text{ in } w \text{ folgt direkt ein } b \}$

(b) $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bb\}$

(c) $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bb \text{ nicht}\}$

(d) Sprache der Wörter mit einer geraden Anzahl b 's am Ende:

$$L_4 = \left\{ w \in \Sigma^* \mid \begin{array}{l} \text{die Länge des längsten Suffixes von } w, \\ \text{welches nur aus } b\text{'s besteht, ist gerade} \end{array} \right\}$$

Hinweis: Versuchen Sie, möglichst kompakte Ausdrücke anzugeben. Alle Aufgaben lassen sich mit regulären Ausdrücken mit höchstens 20 Zeichen (inkl. Klammern etc.) lösen.

Aufgabe 2: Reguläre Ausdrücke ohne \emptyset

2 P

Diese Aufgabe soll ein besseres Verständnis für die Ausdrucksmächtigkeit regulärer Ausdrücke vermitteln.

Welche regulären Sprachen lassen sich mit regulären Ausdrücken ohne das Symbol \emptyset darstellen, welche nicht? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3: Abschlusseigenschaften

2+4 P

In dieser Aufgabe verallgemeinern Sie die Konstruktionen für Abschlusseigenschaften.

Satz 2.1 aus dem Vorlesungsskript besagt, dass endlich akzeptierte Sprachen unter Vereinigung, Komplement, Durchschnitt, Differenz, Konkatenation und Iteration abgeschlossen sind. Für Vereinigung, Komplement, Konkatenation und Iteration wurde der Beweis geführt, indem aus ein oder zwei DEAs ein endlicher Automat konstruiert wurde, welcher die entsprechenden Sprachen erkennt.

Betrachten Sie nun die verallgemeinerte Variante dieser Konstruktionen, in der statt DEAs ε -NEAs verwendet werden.

- (a) Für welche dieser vier Operationen ist der Beweis auch mit der verallgemeinerten Konstruktion korrekt? Geben Sie eine kurze Begründung an.

Bemerkung: Die erweiterte Konstruktion ist in der Praxis hilfreich, da sie es erlaubt, teure Determinisierungen zu vermeiden.

- (b) Wenden Sie in den folgenden Teilaufgaben die verallgemeinerte Konstruktion an.
- (i) Konstruieren Sie nichtdeterministische endliche Automaten \mathcal{B}_a und \mathcal{B}_b , welche die Sprachen $L_a = \{a\}$ bzw. $L_b = \{b\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ akzeptieren.
 - (ii) Konstruieren Sie einen ε -NEA \mathcal{B}_1 , welcher die Sprache L_a^* erkennt.
 - (iii) Konstruieren Sie einen ε -NEA \mathcal{B}_2 , welcher die Sprache $\mathcal{L}(\mathcal{B}_1) \cup L_b = L_a^* \cup L_b$ erkennt.
 - (iv) Konstruieren Sie einen ε -NEA \mathcal{B}_3 , welcher die Sprache $\mathcal{L}(\mathcal{B}_2) \cdot L_b = (L_a^* \cup L_b) \cdot L_b$ erkennt.