Prof. Dr. Andreas Podelski
Dominik Klumpp

Abgabe bis Montag, 12. Juni 2023
16:00 Uhr via ILIAS
Besprechung: 20./21. Juni 2023

Übungen zu Theoretische Informatik
Übungsblatt 7

Aufgabe 1: ε-NEA für Iteration — 2 P

Diese Aufgabe untersucht die Automatenkonstruktion für Iteration genauer.

Im Beweis zu Satz 2.1 im Skript wurde aus einem DEA $A_1 = (\Sigma, Q_1, \rightarrow_1, q_{01}, F_1)$ ein ε-NEA $\mathcal{B}$ konstruiert, so dass $L(\mathcal{B}) = L(A_1)^*$ gilt. Dazu wurde ein neuer Startzustand eingeführt.

Betrachten wir nun eine "vereinfachte" Konstruktion, die auf die Einführung eines neuen Zustandes verzichtet. Stattdessen machen wir den bisherigen Startzustand zum Endzustand. Wie bisher fügen wir ε-Kanten von den Endzuständen zum Startzustand ein.

Formal konstuieren wir den ε-NEA $\mathcal{B}' = (\Sigma, Q_1, \rightarrow, q_{01}, \{q_{01}\})$, wobei

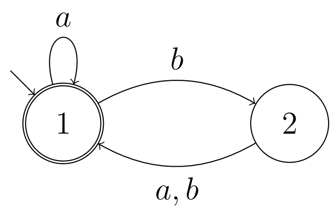
$$\rightarrow \; = \; \rightarrow_1 \cup \{ (q, \varepsilon, q_{01}) \mid q \in F_1 \}$$

Beweisen Sie, dass diese Konstruktion **nicht korrekt** ist, d.h. dass nicht im Allgemeinen gilt $L(\mathcal{B}') = L(A_1)^*$.

Aufgabe 2: Satz von Kleene 4 P

In dieser Aufgabe üben Sie, DEAs in reguläre Ausdrücke umzuwandeln.

Bestimmen Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren einen regulären Ausdruck welcher die Sprache des folgenden DEAs beschreibt.



Für reguläre Ausdrücke α, β, γ gelten für die Operationen "Konkatenation" und "Oder" die folgenden Regeln:

$$\begin{aligned}
\text{Assoziativität:} \quad & \alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma, \;\; \alpha(\beta\gamma) = (\alpha\beta)\gamma \\
\text{Kommutativität:} \quad & \alpha + \beta = \beta + \alpha \\
\text{Neutrale Elemente:} \quad & \emptyset + \alpha = \alpha, \;\; \varepsilon\alpha = \alpha, \;\; \alpha\varepsilon = \alpha \\
\text{Distributivität:} \quad & \alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma, \;\; (\alpha + \beta)\gamma = \alpha\gamma + \beta\gamma \\
\text{Absorption:} \quad & \emptyset\alpha = \emptyset, \;\; \alpha\emptyset = \emptyset
\end{aligned}$$

Außerdem gelten für den Sternoperator die folgenden Regeln:

$$\varepsilon^* = \varepsilon, \;\; (\varepsilon + \alpha)^* = \alpha^*, \;\; (\varepsilon + \alpha)\alpha^* = \alpha^*, \;\; \alpha^*(\varepsilon + \alpha) = \alpha^*$$

Sie dürfen die regulären Ausdrücke, welche die Sprachen $L_{i,j}^k$ beschreiben, mit Hilfe dieser Regeln vereinfachen.

Aufgabe 3: Gleichungen 4 P

Diese Aufgabe zeigt ein alternatives Verfahren zur Umwandlung von DEAs in reguläre Ausdrücke.

Ein anderes Verfahren, um aus einem DEA $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \rightarrow, q_0, F)$ einen regulären Ausdruck zu gewinnen, basiert auf der Lösung eines Gleichungssystems. Dazu wird für jeden Zustand q_i des Automaten eine Variable x_i vorgesehen. Die Variable x_i steht für einen regulären Ausdruck, der die vom Zustand q_i ausgehend akzeptierte Sprache beschreibt. Formal:

$$L(x_i) := \{w \in \Sigma^* \mid q_i \xrightarrow{w} q_F \text{ und } q_F \in F\}$$

Die vom Automaten akzeptierte Sprache wird dann durch den regulären Ausdruck x_1 (die zum Startzustand gehörende Variable) beschrieben. Der Ausdruck x_i zu der von einem Zustand q_i aus akzeptierten Sprache kann über die Ausdrücke seiner Nachfolge-Zustände definiert werden.

Für jeden Zustand wird dazu eine Gleichung aufgestellt. Wenn z.B. von Zustand q_1 genau die Zustände q_2 durch a und q_3 durch b erreichbar sind, erhält man die Gleichung

$$x_1 = a \cdot x_2 + b \cdot x_3.$$

Für einen Endzustand wird außerdem ε hinzugefügt. Das Gleichungssystem für den Automaten aus Aufgabe 2 würde wie folgt aussehen:

$$\begin{aligned} x_1 &= (a \cdot x_1) + (b \cdot x_2) + \varepsilon \\ x_2 &= (a \cdot x_1) + (b \cdot x_1) \end{aligned}$$

Lösen Sie das System durch Einsetzen. In diesem Fall ist nach x_1 aufzulösen, da diese Variable dem Startzustand zugeordnet ist.

Zusätzlich zu den Vereinfachungen aus Aufgabe 2 dürfen Sie auch die folgende Regel benutzen:

> *Regel von Arden:* Die Gleichung $x = (\alpha \cdot x) + \beta$ hat $x = \alpha^* \cdot \beta$ als Lösung und diese Lösung ist eindeutig, wenn ε nicht in $L(\alpha)$ enthalten ist.

Aufgabe 4: Regelmäßige Rückkehr 1+1 P

In dieser Aufgabe vergleichen Sie das "Pumpverhalten" von DEAs und NEAs.

Sei $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ ein DEA mit $0 \in \Sigma$. Betrachten Sie die Vermutung:

$$\textit{Falls } \delta^*(q_0, 0^3) = \delta^*(q_0, 0^6), \textit{ dann gilt auch } \delta^*(q_0, 0^6) = \delta^*(q_0, 0^{15}).$$

(a) Beweisen oder widerlegen Sie die Vermutung.

(b) Gilt die entsprechende Aussage, wenn A ein NEA ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

(fehlende $*$ in rot nachgetragen)

Aufgabe 5*: Umfrage 2 Bonuspunkte

Bearbeiten Sie die Umfrage *"Intuitive Understanding of a Formal Pattern Language"* unter folgendem Link: `https://survey.sopranium.de/index.php/999999?lang=en`.

Bitte beantworten Sie alle Fragen eigenständig und ohne Hilfsmittel. Es gibt in der Umfrage keine "richtigen" oder "falschen" Antworten. Am Ende der Umfrage erhalten Sie einen Validierungscode. Geben Sie diesen als "Lösung" zu dieser Aufgabe an.

Die Umfrage ist anonym. Mit Hilfe des Validierungscodes kann lediglich festgestellt werden, ob die Umfrage vollständig ausgefüllt wurde oder nicht.

Um was geht es in der Umfrage? Die Umfrage untersucht das intuitive Verständnis einer Sprache, die zur Beschreibung von Anforderungen verwendet wird. Sie basiert auf einem Studentenprojekt, das am Lehrstuhl Softwaretechnik durchgeführt wurde. Zur Bearbeitung der Umfrage benötigen Sie keine Vorkenntnisse, da es um Ihr intuitives Verständnis geht.