Prof. Dr. Andreas Podelski
Dominik Klumpp

Abgabe bis Montag, 17. Juli 2023
08:00 Uhr via ILIAS

Übungen zu Theoretische Informatik
Übungsblatt 12

Dieses Übungsblatt enthält Bonusaufgaben, mit denen Sie zusätzliche Punkte für die Studienleistung sammeln und sich auf die Klausur vorbereiten können.

Bitte beachten Sie: Die Abgabezeit für dieses Übungsblatt ist bereits um 8:00 Uhr morgens!

Aufgrund des Endes der Vorlesungszeit wird es keine regulären Übungen zur Besprechung dieses Übungsblattes geben. Wir werden einen Lösungsvorschlag am 17. Juli um 8:30 Uhr veröffentlichen (kurz nach der Abgabe). Falls Sie Fragen zur vorgeschlagenen Lösung haben, können Sie diese noch am selben Tag in einer Fragestunde (anstelle der Vorlesung) stellen. Beachten Sie aber: Die Fragestunde wird das Übungsblatt nicht im Detail besprechen, sondern allgemein Fragen zum Inhalt der Vorlesung beantworten.

Aufgabe 1⋆: Reguläre Ausdrücke und NEAs 2 Bonuspunkte

Betrachten Sie die Sprache L aller Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, die das Symbol 0 mindestens 3-mal, aber höchstens 5-mal enthalten.

(a) Beschreiben Sie die Sprache L durch einen regulären Ausdruck.

(b) Geben Sie einen NEA an, der die Sprache L erkennt.

Aufgabe 2*: Addition 3 Bonuspunkte

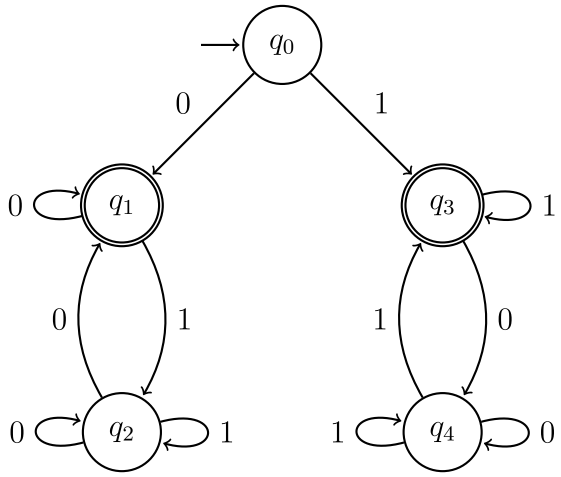
Sei $\Sigma = \{0,1\}^3$ ein Alphabet. Geben sie einen NEA an, der ein Wort

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix}$$

genau dann akzeptiert, falls die Summe der Binärzahlen $x_n x_{n-1} \ldots x_1$ und $y_n y_{n-1} \cdots y_1$ genau die Binärzahl $z_n z_{n-1} \ldots z_1$ ergibt. Führende Nullen sind erlaubt.

Aufgabe 3*: Determinisierung 4+3 Bonuspunkte

(a) Geben Sie zu dem folgenden nicht-deterministischen Automaten A den entsprechenden deterministischen Potenzmengen-Automaten an, der die gleiche Sprache wie A akzepiert.



Anmerkung: Nicht erreichbare Zustände dürfen weggelassen werden.

(b) Geben Sie einen zu A äquivalenten deterministischen endlichen Automaten A' mit höchstens 5 Zuständen an.

Aufgabe 4*: **Nicht-Reguläre Sprachen** 3+2+2+2 Bonuspunkte

(a) Beweisen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache

$$L_1 = \{\, (ab)^n (cd)^n \mid n \in \mathbb{N} \,\}$$

nicht regulär ist.

(b) Beweisen Sie mithilfe des Satzes von Myhill und Nerode, dass die Sprache

$$L_2 = \{\, w101w \mid w \in \{0,1\}^* \,\}$$

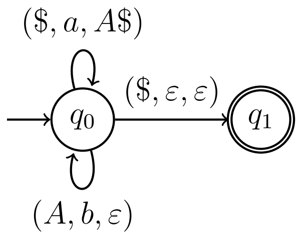
nicht regulär ist.

(c) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache L_1 an.

(d) Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die Sprache L_1 erkennt.

Aufgabe 5*: Kellerautomat 4 Bonuspunkte

Betrachten Sie den folgenden Kellerautomaten K mit Startsymbol \$ und Kelleralphabet $\Gamma = \{\$, A\}$.



Geben Sie die von K erkannte Sprache $L(K)$ an. Beweisen Sie, dass K genau diese Sprache erkennt.

Aufgabe 6*: Multiplikation 4 Bonuspunkte

Wir verwenden das Alphabet $\Sigma = \{|, \#\}$ um Unärzahlen zu codieren. Eine natürliche Zahl n wird durch n Striche dargestellt. Das Symbol # wird benutzt um zwei Zahlen voneinander zu trennen.

Konstruieren Sie eine Turingmaschine $\tau = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$, welche die Multiplikation zweier Unärzahlen berechnet. Nehmen Sie dazu an dass in der Anfangskonfiguration die Argumente durch das Symbol # getrennt sind. Beispielsweise sollte gelten, dass $h_\tau(||\#|||) = ||||||$.

Sie dürfen Ihre Turingmaschine als Flussdiagramm oder durch eine Turingtafel beschreiben. Wenn Sie die Flussdiagrammschreibweise wählen, müssen Sie die darin verwendeten Turingmaschinen jeweils wieder durch eine Turingtafel oder ein Flussdiagramm beschreiben.

Außerdem sollen Sie die Funktionsweise ihrer Turingmaschine präzise erläutern. **Turingmaschinen ohne eine Erklärung der Konstruktionsidee werden nicht korrigiert.**

Aufgabe 7*: **Entscheidbarkeit und Komplexität** 9 Bonuspunkte

Geben Sie für jede der folgenden Aussagen an, ob sie korrekt oder inkorrekt ist. Sie müssen Ihre Antworten nicht begründen.

Hinweis: Für richtige Antworten wird 1 Punkt vergeben, für falsche Antworten wird 1 Punkt abgezogen (Sie erhalten jedoch nie weniger als 0 Punkte pro Teilaufgabe).

(a) Aussagen zu Entscheidbarkeit:

- Jede reguläre Sprache ist entscheidbar.
- Jede kontextfreie Sprache ist entscheidbar.
- Existiert eine Turingmaschine τ, welche die Sprache L akzeptiert, so ist L entscheidbar.
- Das spezielle Halteproblem ist entscheidbar.
- Es gibt unendlich viele unentscheidbare Probleme.

(b) Aussagen zur Komplexität:

- Eine nichtdeterministische Turingmaschine kann jedes Problem in polynomieller Zeit lösen.
- Es gibt Probleme, die von nichtdeterministischen Turingmaschinen entschieden werden können, nicht jedoch von deterministischen Turingmaschinen.
- Alle Probleme in NP können polynomiell auf SAT reduziert werden.
- Das Wortproblem einer regulären Sprache liegt immer in P.