



7. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Informatik

Aufgabe 1: Palindrome

1+4 Punkte

Vom vierten Übungsblatt kennen Sie bereits die Sprache der *Palindrome* über dem zwei-buchstabigen Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

$$L_{Pal} = \{w_0w_1 \dots w_n \in \Sigma^* \mid \text{für alle } i = 0, \dots, n \text{ gilt } w_i = w_{n-i}\}$$

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ an, die L_{Pal} erzeugt und nur ein Nichtterminalsymbol enthält (d.h. $|N| = 1$).
- Beweisen Sie durch Induktion, dass $L(G) = L_{Pal}$ gilt.

Aufgabe 2: Dangling Else

1,5+2,5 Punkte

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$, mit

- dem Alphabet der Nichtterminalsymbole

$$N = \{Prog, Cond, Var\}$$

- dem Alphabet der Terminalsymbole

$$T = \{\text{if}, \text{then}, \text{else}, :=, +1, -1, x, y, =0\}$$

- dem Startsymbol

$$S = Prog$$

- und den folgenden Regeln:

$$Prog \rightarrow \text{if } Cond \text{ then } Prog$$

$$Prog \rightarrow \text{if } Cond \text{ then } Prog \text{ else } Prog$$

$$Prog \rightarrow Var := Var +1$$

$$Prog \rightarrow Var := Var -1$$

$$Cond \rightarrow Var =0$$

$$Var \rightarrow x$$

$$Var \rightarrow y$$

- (a) Zeigen Sie, dass G nicht eindeutig ist.
- (b) Geben Sie eine eindeutige kontextfreie Grammatik G' an, sodass $L(G') = L(G)$ gilt.

Aufgabe 3: (Co-)Erreichbarkeit

2 Punkte

Gegeben sei eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$.

In der Vorlesung wurde definiert:

Definition (Erreichbarkeit, Co-Erreichbarkeit).

Ein Symbol $u \in N \cup T$ heißt erreichbar, wenn $S \vdash^* w_1 u w_2$ mit $w_1, w_2 \in (N \cup T)^*$ gilt.

Ein Symbol $u \in N \cup T$ heißt co-erreichbar, wenn ein $w \in T^*$ existiert mit $u \vdash^* w$.

Wir definieren weiterhin:

Definition (überflüssige Regel). Eine Regel $p \in P$ heißt überflüssig in G , wenn die Grammatik $G' = (N, T, P \setminus \{p\}, S)$ die gleiche Sprache erzeugt, also $L(G) = L(G')$ gilt.

Zeigen oder widerlegen Sie:

Sind für eine Regel $u \rightarrow v_1 \dots v_n \in P$ die Symbole u, v_1, \dots, v_n sowohl erreichbar als auch co-erreichbar, so ist die Regel nicht überflüssig in G .

Aufgabe 4: ε -Eliminierung

2 Punkte

Betrachten Sie die Grammatik $G = (N, T, P, S)$ mit $N = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b, c\}$ und den folgenden Regeln:

$$S \rightarrow AB \tag{1}$$

$$S \rightarrow BC \tag{2}$$

$$A \rightarrow Aa \tag{3}$$

$$A \rightarrow Cc \tag{4}$$

$$B \rightarrow Cb \tag{5}$$

$$B \rightarrow \varepsilon \tag{6}$$

$$C \rightarrow B \tag{7}$$

Wenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung an, um G in eine äquivalente ε -freie Grammatik zu transformieren (siehe Skript, Beweis von Satz 5.2). Dokumentieren Sie dabei alle Zwischenschritte.

Hinweis: Geben Sie jeder Regel eine Nummer und beschreiben Sie der Reihe nach, welche Regeln Sie hinzugefügt oder entfernt haben.