



Prof. Dr. Andreas Podelski  
Matthias Heizmann  
Alexander Nutz  
Christian Schilling

16.01.2014  
Abgabe: Dienstag 21.01.2014, 16 Uhr  
zu Beginn der Vorlesung

## 11. Übungsblatt zur Vorlesung Theoretische Informatik

Sofern nichts Gegenteiliges angegeben ist, gilt für dieses Übungsblatt: Wenn Sie eine Turingmaschine konstruieren, sollen Sie diese durch ein Flussdiagramm oder durch eine Turingtafel beschreiben. Wenn Sie die Flussdiagrammschreibweise wählen, müssen Sie die darin verwendeten Turingmaschinen jeweils wieder durch eine Turingtafel oder ein Flussdiagramm beschreiben, sofern sie nicht in der Vorlesung verwendet wurden. Außerdem sollen Sie bei jeder konstruierten Turingmaschine die Funktionsweise präzise erläutern.

### Aufgabe 1: Turingmaschinen, Funktion berechnen

1+2+2 Punkte

Wir verwenden das Alphabet  $\Sigma = \{ |, \# \}$ , um Unärzahlen zu codieren. Eine natürliche Zahl  $n$  wird durch  $n$  Striche dargestellt. Das Symbol  $\#$  wird benutzt, um zwei Zahlen voneinander zu trennen. Konstruieren Sie für die folgenden Funktionen jeweils eine Turingmaschine  $\tau = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$ , welche die Funktion berechnet. Nehmen Sie bei mehrstelligen Funktionen an, dass in der Anfangskonfiguration die Argumente durch das Symbol  $\#$  getrennt sind.

- (a) Addition zweier Unärzahlen. Z.B.  $h_\tau(|\#|) = |||$
- (b) Gegeben eine Unärzahl, gebe zwei Kopien dieser Zahl zurück, die durch  $\#$  voneinander getrennt sind. Z.B.  $h_\tau(|) = ||\#|$
- (c) Größenvergleich zweier Unärzahlen. Sind beide Zahlen gleich groß, gebe 0 zurück, ist die erste Zahl größer, gebe 1 zurück, ist die zweite Zahl größer, gebe 2 zurück. Z.B.  $h_\tau(|\#|) = 2$

### Aufgabe 2: Turingmaschinen, Sprache entscheiden

4 Punkte

Konstruieren Sie eine Turingmaschine  $\tau = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$  über dem Eingabealphabet der Striche  $\Sigma = \{ | \}$ , die die Sprache der Quadratzahlen  $L = \{ |^{n^2} \mid n \in \mathbb{N} \}$  entscheidet.

**Aufgabe 3: Abschlusseigenschaften von entscheidbaren Sprachen** 3 Punkte

Seien  $L_1$  und  $L_2$  zwei Turing-entscheidbare Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma^*$ . Zeigen Sie, dass auch der Schnitt  $L_1 \cap L_2$  Turing-entscheidbar ist.

Sie müssen keine formale Konstruktion der Turingmaschine, welche die Sprache  $L_1 \cap L_2$  entscheidet, angeben. Es genügt, wenn Sie Ihre Konstruktionsidee präzise beschreiben.

**Aufgabe 4: Abschlusseigenschaften von CHOMSKY-0 Sprachen** 2 Punkte

Beweisen Sie, dass die Klasse der CHOMSKY-0 Sprachen unter Vereinigung abgeschlossen ist.