ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Andreas Podelski
Matthias Heizmann
Alexander Nutz
Christian Schilling

30.01.2014
Abgabe: Dienstag 04.02.2014, 16 Uhr
zu Beginn der Vorlesung

13. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Aufgabe 1: PCP 2+2 Punkte

Betrachten Sie folgende Instanzen Y des PCP. In welchen Fällen besitzt Y eine Lösung? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $Y_1 = \{(aba, a), (ba, babab)\}$

(b) $Y_2 = \{(bab, ba), (aaabb, a), (ab, abbab)\}$

Aufgabe 2: Entscheidbarkeit und PCP/Satz von Rice I 4 Punkte

Welche der folgenden Mengen sind entscheidbar? Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

(a) $M_1 = \{bw_\tau \mid \tau \text{ entscheidet PCP über dem einelementigen Alphabet}\}$

(b) $M_2 = \{bw_\tau \mid \tau \text{ entscheidet PCP über } X = \{0, 1\}\}$

(c) $M_3 = \{bw_\tau \mid \tau \text{ entscheidet } H_0 \text{ nicht}\}$

Aufgabe 3: Satz von Rice II 2 Punkte

In Aufgabe 2(b) auf Blatt 12 war zu beantworten, ob die folgende Sprache entscheidbar ist:

$$M = \{bw_\tau \mid \tau \text{ ist für alle Eingaben nach sieben Berechnungsschritten in einer Endkonfiguration}\}$$

Ein Vorlesungsassistent kannte bereits den Satz von Rice und argumentierte, dass M diesem zufolge nicht entscheidbar sein kann. Tatsächlich ist M aber entscheidbar – wo liegt der Fehler?

Aufgabe 4: Polynomielle Reduktion 3 Punkte

Das Hamiltonpfadproblem für *gerichtete* Graphen fragt wie das normale Hamiltonpfadproblem, ob es einen Pfad durch den Graphen gibt, der jeden Knoten genau einmal besucht. Allerdings sind die Kanten gerichtet und dürfen nur in dieser Richtung durchlaufen werden, es sind also Einbahnstraßen.

Zeigen Sie: Das Hamiltonpfadproblem für ungerichtete Graphen lässt sich polynomiell auf das Hamiltonpfadproblem für gerichtete Graphen reduzieren, also

$$\text{Hamiltonscher Pfad} \leq_p \text{Gerichteter Hamiltonscher Pfad}.$$

Aufgabe 5: co-NP 3 Punkte

Die Klasse co-NP ist wie folgt definiert:

$$\mathsf{co\text{-}NP} = \{L \subseteq \Sigma^* \mid \overline{L} \in \mathsf{NP}\}.$$

Dabei sei $\overline{L}$ das Komplement $(\Sigma^* \setminus L)$ von L.

Zeigen Sie, dass co-NP=NP genau dann gilt wenn es eine Sprache $L \in \mathsf{co\text{-}NP}$ gibt, die NP-vollständig ist.

Bemerkung: Die Frage ob co-NP=NP gilt, ist noch immer ein ungelöstes Problem.