ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Andreas Podelski
Matthias Heizmann
Alexander Nutz
Christian Schilling

22.10.2014
und 24.10.2014

Präsenzübungen für das erste Tutorat der Vorlesung

Theoretische Informatik

Aufgabe 1: Sprachen -

Sei Σ ein beliebiges Alphabet und seien $L, L' \subseteq \Sigma^*$ Sprachen, welche aus endlich vielen Wörtern bestehen (d.h. $|L| \in \mathbb{N}$ und $|L'| \in \mathbb{N}$).
Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a) $|L \cdot L'| = |L| \cdot |L'|$

b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $L \cdot L^n = L^n \cdot L$
Sie dürfen dabei ausnutzen, dass die Konkatenation von Sprachen assoziativ ist (d.h. für Sprachen $L_1, L_2, L_3 \subseteq \Sigma^*$ gilt $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3)$).

Zur Erinnerung:
Die Konkatenation $L_1 \cdot L_2$ der Sprachen L_1 und L_2 ist definiert als:

$$L_1 \cdot L_2 = \{u \cdot v \mid u \in L_1 \text{ und } v \in L_2\}$$

Die n-te Potenz einer Sprache L ist induktiv definiert durch:

$$L^0 = \{\varepsilon\} \text{ und } L^{n+1} = L \cdot L^n$$

Aufgabe 2: Endliche Automaten -

Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten über dem Alphabet

$$\Sigma = \{0, 1\}.$$

Dieser Automat soll die Binärdarstellung einer natürlichen Zahl akzeptieren, wenn diese durch zwei teilbar ist.

Beschreiben Sie diesen Automaten auf die folgenden zwei Arten:

- Durch ein Zustandsdiagramm.
- Als Struktur, bestehend aus Alphabet, Menge von Zuständen, Überführungsfunktion, Anfangszustand und Menge der Endzustände.

Zur Erinnerung:

Ein deterministischer endlicher Automat ist eine Struktur

$$\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F) \text{ bzw. } \mathcal{A} = (\Sigma, Q, \rightarrow, q_0, F)$$

mit den folgenden Eigenschaften:

- Σ ist eine endliche Menge, das *Eingabealphabet*,
- Q ist eine endliche Menge von *Zuständen*,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ ist die *Überführungsfunktion*
  bzw. $\rightarrow \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ ist eine *deterministische Transitionsrelation*, d.h. es gilt

$$\forall q \in Q \quad \forall a \in \Sigma \quad \exists \text{ genau ein } q' \in Q : (q, a, q') \in \rightarrow,$$

- $q_0 \in Q$ ist der *Anfangszustand*,
- $F \subseteq Q$ ist die Menge der *Endzustände*.