ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Andreas Podelski
Matthias Heizmann
Alexander Nutz
Christian Schilling

18.11.2014
Abgabe bis spätestens Montag 24.11.2014, 16 Uhr
in den Briefkästen in Gebäude 51

5. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Aufgabe 1: Die $\sim_{\mathcal{A}}$-Äquivalenz 2 Punkte

Für einen DEA $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \rightarrow, q_0, F)$ sei die Relation $\sim_{\mathcal{A}} \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$ definiert durch

$$u \sim_{\mathcal{A}} v \quad \text{gdw.} \quad \text{es gibt ein } q \in Q \text{ mit } q_0 \xrightarrow{u} q \text{ und } q_0 \xrightarrow{v} q.$$

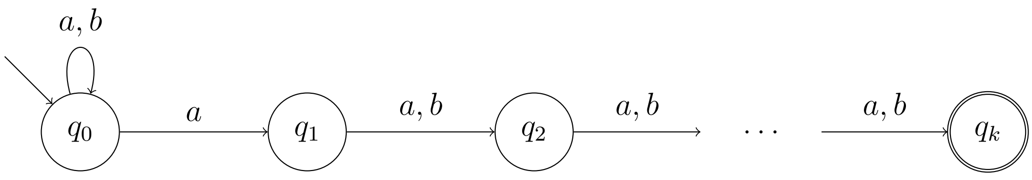
Diese Relation kann auch für einen NEA $\mathcal{B}$ betrachtet werden. Zeigen Sie, dass die Relation $\sim_{\mathcal{B}}$ im Allgemeinen (d.h. für einen beliebigen NEA $\mathcal{B}$) *keine* Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe 2: Minimale Anzahl der Zustände 4 Punkte

Aus einer früheren Aufgabe kennen Sie bereits den NEA $\mathcal{B}_k$, der die Sprache

$$L_k = \{w \in \{a,b\}^* \mid \text{ das } k\text{-letzte Zeichen ist ein } a\}$$

erkennt und für alle $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ wie folgt definiert ist:



In jener Aufgabe wurde gezeigt, dass der DEA, welcher durch die Potenzmengenkonstruktion aus $\mathcal{B}_k$ entstanden ist, genau 2^k erreichbare Zustände hat.
Zeigen Sie nun, dass jeder DEA, welcher L_k erkennt, mindestens 2^k Zustände hat.

Sie dürfen folgendes Theorem ohne weiteren Beweis verwenden (vgl. Korollar 4.4 im Skript):

Theorem. *Sei $L \subseteq \Sigma^*$ regulär und $k = |\{u^{-1}L \mid u \in \Sigma^*\}|$. Dann besitzt jeder DEA, der L akzeptiert, mindestens k Zustände.*

Anmerkungen: Zur Erinnerung: $u^{-1}L = \{v \mid u.v \in L\}$. Man nennt k auch den Nerode-Index von L.

Aufgabe 3: Pumping Lemma 3 Punkte

Betrachten Sie die Sprache der unären Quadratzahlen über $\Sigma = \{\mathbf{1}\}$.

$$L = \left\{\mathbf{1}^k \mid k \text{ ist eine Quadratzahl}\right\}$$

Zeigen Sie mit dem Pumping Lemma, dass L nicht regulär ist.

Aufgabe 4: ε in regulären Ausdrücken 2 Punkte

Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen gegebenen regulären Ausdruck α entscheidet, ob in dessen Sprache $L(\alpha)$ das leere Wort enthalten ist. Finden Sie eine Lösung, die ohne die Umwandlung von α in einen Automaten auskommt.