ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Andreas Podelski
Matthias Heizmann
Alexander Nutz
Christian Schilling

27.01.2015
Abgabe bis spätestens Montag 02.02.2015, 16 Uhr
in den Briefkästen in Gebäude 51

13. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Aufgabe 1: Entscheidbarkeit 3 Punkte

Beweisen Sie die folgende Behauptung:
Wenn L eine rekursiv aufzählbare Sprache ist, die sich auf ihr Komplement reduzieren lässt (also $L \leq \overline{L}$ gilt), dann ist L entscheidbar.

Aufgabe 2: Aufzählbarkeit 3+3 Punkte

(a) Ist die folgende Sprache rekursiv aufzählbar?

$$L = \{bw_\tau \in B^* \mid \text{Es gibt ein } u \in B^*, \text{ sodass } \tau \text{ angesetzt auf } u \text{ nicht hält}\}$$

(b) Ist das Komplement der Sprache L rekursiv aufzählbar?

$$\begin{aligned}\overline{L} = &\{bw_\tau \in B^* \mid \text{Für alle } u \in B^* \text{ hält } \tau \text{ angesetzt auf } u\} \\ &\cup \{w \in B^* \mid w \text{ ist keine Turingmaschinenkodierung}\}\end{aligned}$$

Beweisen Sie Ihre Behauptungen mithilfe von Reduktion.

Aufgabe 3: Semi-Entscheidungsverfahren 3 Punkte

Betrachten Sie die folgende Sprache.

$$L_{42} = \{bw_\tau \in B^* \mid \text{für jede Eingabe } w \text{ der Länge 42 hält } \tau \text{ angesetzt auf } w\}$$

Geben Sie ein Semi-Entscheidungsverfahren für L_{42} an. Beschreiben Sie dazu eine Turingmaschine τ_{42}, die für alle Wörter in L_{42} die Ausgabe 1 liefert und für alle anderen Wörter nicht terminiert.
Es genügt, wenn Sie eine präzise Beschreibung der Turingmaschine in natürlicher Sprache angeben.

Aufgabe 4: Satz von Rice 1+1+1 Punkte

(a) Ist die folgende Sprache entscheidbar? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

$$L_a = \{bw_\tau \in B^* \mid h_\tau(w) = 42 \text{ für alle } w \in B^*\}$$

(b) Ist die folgende Sprache entscheidbar? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

$$L_b = \{bw_\tau \in B^* \mid \tau \text{ entscheidet } H_0 \text{ nicht}\}$$

(c) Aus Aufgabe 2(c) auf Blatt 12 kennen Sie bereits die folgende Sprache:

$$L_c = \{bw_\tau \in B^* \mid \begin{array}{l}\tau \text{ ist für alle Eingaben nach 7 Berechnungsschritten} \\ \text{in einer Endkonfiguration}\}\end{array}$$

Ist der Satz von Rice hier anwendbar? Begründen Sie Ihre Antwort.