



1. Übungsblatt zur Vorlesung Informatik III

Aufgabe 1: Formale Sprachen

1+1+1 Punkte

Sei Σ ein beliebiges Alphabet und seien $L, L' \subseteq \Sigma^*$ Sprachen, welche aus endlich vielen Wörtern bestehen (d.h. $|L| \in \mathbb{N}$ und $|L'| \in \mathbb{N}$).

Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a) $L \cdot L' = L' \cdot L$
- (b) $|L^n| = |L|^n$ für $n \in \mathbb{N}$
- (c) $|\Sigma^n| = |\Sigma|^n$ für $n \in \mathbb{N}$

Aufgabe 2: Kleene-Abschluss

0,5+1,5+2 Punkte

Sei L eine Sprache, sodass $\varepsilon \in L$. Zeigen Sie, dass L^* die kleinste Sprache ist, die L enthält und unter Konkatenation abgeschlossen ist. Hierzu ist Folgendes zu zeigen:

- (a) $L \subseteq L^*$
- (b) $L^* \cdot L^* \subseteq L^*$
- (c) Für eine Sprache L' mit $L \subseteq L'$ und $L' \cdot L' \subseteq L'$ gilt auch $L^* \subseteq L'$.

¹Falls Sie ein Tutorat am Donnerstag oder Freitag besuchen, wird ausnahmsweise die Abgabefrist auf Montag, den 30. Oktober, um 14 Uhr verlängert, sodass Sie ausreichend Zeit zur Bearbeitung nach dem Besuch der Anwesenheitsübung haben.

Aufgabe 3: Endliche Automaten

4+2 Punkte

- (a) Konstruieren Sie für die folgenden Sprachen L_i , $i \in \{1, 2, 3\}$, über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ jeweils einen deterministischen endlichen Automaten (DEA) \mathcal{A}_i mit $L_i = L(\mathcal{A}_i)$.

(i) $L_1 = \emptyset$

(ii) $L_2 = \{\varepsilon\}$

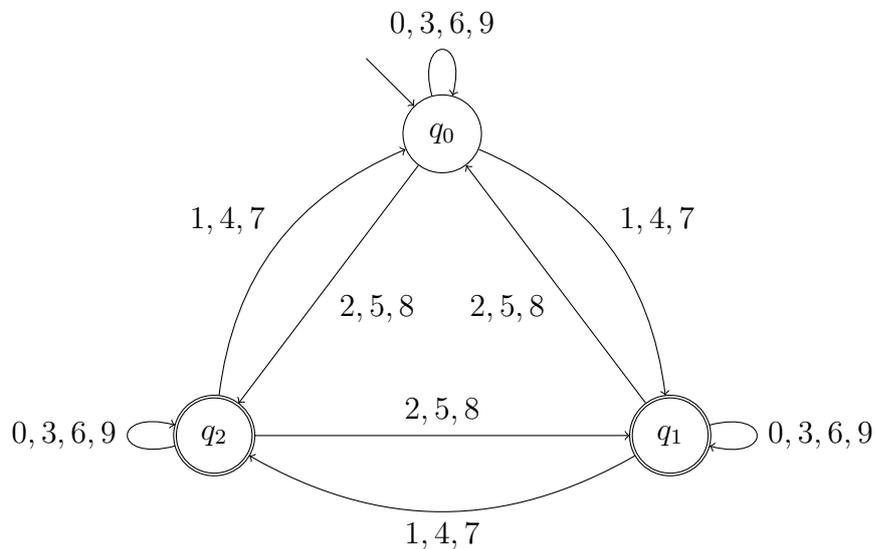
(iii) $L_3 = \{ubabv \mid u, v \in \Sigma^*\}$

Die graphische Darstellung der Automaten (Zustandsdiagramm) genügt.

- (b) Betrachten Sie den folgenden deterministischen endlichen Automaten, welcher über dem Alphabet

$$\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

definiert ist. Welche Sprache wird von diesem Automaten erkannt? Geben Sie eine möglichst einfache Beschreibung dieser Sprache an.

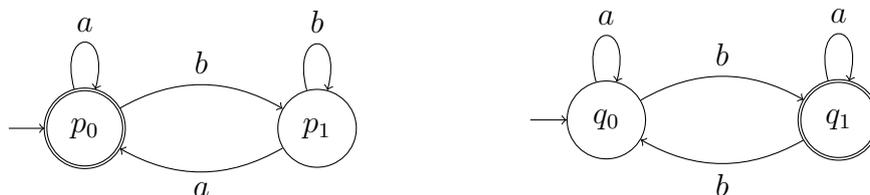


Hinweis: Interpretieren Sie ein Wort über dem Alphabet als Dezimaldarstellung einer natürlichen Zahl.

Aufgabe 4: Produktkonstruktion

2 Punkte

Betrachten Sie die folgenden beiden DEAs über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.



Konstruieren Sie den Produktautomaten für Schnitt.

Hinweis: Überprüfen Sie zum Schluss (intuitiv), dass die Sprache des Produktautomaten gerade dem Schnitt der beiden anderen Sprachen entspricht.