



## 2. Übungsblatt zur Vorlesung Informatik III

### Aufgabe 1: Rechtskongruenz I

3 Punkte

Betrachten Sie die Äquivalenzrelation  $R_A$  über beliebigem Alphabet  $\Sigma$  (s. Skript Bsp. 2.8):

$$R_A = \{(u, v) \mid \tilde{\delta}(q^{\text{init}}, u) = \tilde{\delta}(q^{\text{init}}, v)\} \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$$

Zeigen Sie, dass  $R_A$  rechtskongruent ist.

*Hinweis:* Sie dürfen die folgende Aussage ohne Beweis verwenden.

Für einen beliebigen DEA  $(\Sigma, Q, \delta, q^{\text{init}}, F)$  gilt für alle  $q \in Q$  und alle  $u, v \in \Sigma^*$ :

$$\tilde{\delta}(q, u \cdot v) = \tilde{\delta}(\tilde{\delta}(q, u), v).$$

### Aufgabe 2: Rechtskongruenz II

3 Punkte

Betrachten Sie die folgende Relation  $R \subseteq \Sigma^* \times \Sigma^*$  über  $\Sigma = \{a, b\}$ :

$$R = \{(u, v) \mid u \text{ enthält höchstens fünf } a \text{ genau dann, wenn } v \text{ höchstens fünf } a \text{ enthält}\}$$

- (a) Ist  $R$  eine Äquivalenzrelation?
- (b) Ist  $R$  rechtskongruent?

Begründen Sie Ihre Behauptungen.

### Aufgabe 3: Nerode-Relation

5 Punkte

Betrachten Sie die Nerode-Relation  $R_L$  für die folgenden Sprachen über  $\Sigma = \{a, b\}$ .

$$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt und endet mit einem } a\}$$

$$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ ist ein Palindrom}^1\}$$

$$= \{w_0 w_1 \cdots w_n \in \Sigma^* \mid \text{für alle } i = 0, \dots, n \text{ gilt } w_i = w_{n-i}\}$$

- (a) Geben Sie alle Äquivalenzklassen von  $R_{L_1}$  an. Begründen Sie, warum es keine weiteren Äquivalenzklassen gibt.

Konstruieren Sie anschließend den DEA aus Satz 2.5 (Myhill und Nerode), dessen Zustände gerade den Äquivalenzklassen entsprechen.

*Hinweis:* Sie können zur Hilfestellung zunächst einen DEA für  $L_1$  konstruieren.

- (b) Zeigen Sie, dass  $R_{L_2}$  einen unendlichen Index besitzt.

---

<sup>1</sup>Ein Wort  $w$  ist ein Palindrom, wenn  $w$  von rechts nach links gelesen wieder  $w$  ergibt.

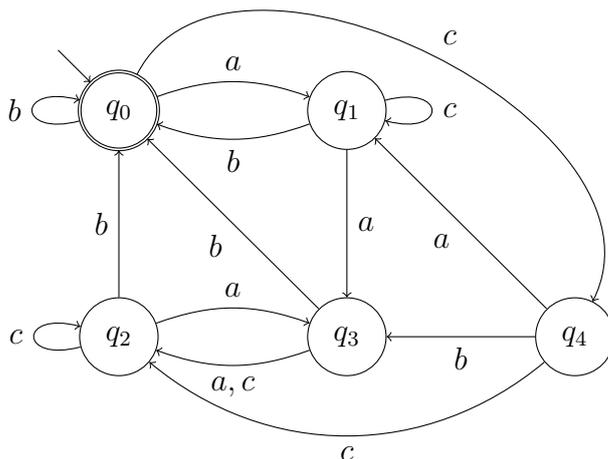
## MARKIERUNGSSALGORITHMUS

**Eingabe:** DEA  $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ .

**Aufgabe:** Minimaler DEA für die Sprache  $L(\mathcal{A})$ .

1. Eliminiere in  $\mathcal{A}$  alle nicht-erreichbaren Zustände.
2. Erstelle eine Tabelle, in der es für jedes Zustandspaar  $\{q, q'\}$  mit  $q \neq q'$  ein Feld gibt.
3. Markiere jedes Zustandspaar  $\{q, q'\}$ , für das  $q \in F$  und  $q' \notin F$  gilt.
4. Betrachte für jedes unmarkierte Zustandspaar  $\{q, q'\}$  und jedes Symbol des Alphabets  $a$  das Zustandspaar  $\{\delta(q, a), \delta(q', a)\}$ . Ist  $\{\delta(q, a), \delta(q', a)\}$  markiert, so markiere auch  $\{q, q'\}$ .
5. Wiederhole Schritt 4 so lange, bis es in der Tabelle keine Änderungen mehr gibt.
6. Fasse alle Zustände zusammen, deren Zustandspaare nicht markiert sind.

Wenden Sie den Markierungsalgorithmus auf den folgenden DEA über  $\Sigma = \{a, b, c\}$  an. Geben Sie zusätzlich zum Ergebnisautomaten auch die verwendete Markierungstabelle an.



*Hinweis:* Da die Ordnung der Paare keine Rolle spielt, können Sie eine Hälfte der Tabelle ignorieren.