Prof. Dr. Andreas Podelski
Dr. Matthias Heizmann
Christian Schilling

Abgabe: 1. Dezember 2017

6. Übungsblatt zur Vorlesung
Informatik III

Aufgabe 1: Ableitungsbaum 1 Punkt

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{&S \to \varepsilon, \\ &S \to aSbS, \\ &S \to bSaS\}. \end{aligned}$$

Geben Sie einen Ableitungsbaum für das Wort *abbbaa* an.

Aufgabe 2: Dangling Else 1 Punkt

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit

$$\Sigma = \{\boxed{\texttt{if}}, \boxed{\texttt{then}}, \boxed{\texttt{else}}, \boxed{\texttt{:=}}, \boxed{\texttt{+1}}, \boxed{\texttt{-1}}, \boxed{\texttt{x}}, \boxed{\texttt{y}}, \boxed{\texttt{=0}}\}, N = \{\mathit{Prog}, \mathit{Cond}, \mathit{Var}\}, S = \mathit{Prog}$$

und den folgenden Regeln in P:

$$\begin{aligned}
\mathit{Prog} &\to \boxed{\texttt{if}}\ \mathit{Cond}\ \boxed{\texttt{then}}\ \mathit{Prog} \\
\mathit{Prog} &\to \boxed{\texttt{if}}\ \mathit{Cond}\ \boxed{\texttt{then}}\ \mathit{Prog}\ \boxed{\texttt{else}}\ \mathit{Prog} \\
\mathit{Prog} &\to \mathit{Var}\ \boxed{\texttt{:=}}\ \mathit{Var}\ \boxed{\texttt{+1}} \\
\mathit{Prog} &\to \mathit{Var}\ \boxed{\texttt{:=}}\ \mathit{Var}\ \boxed{\texttt{-1}} \\
\mathit{Cond} &\to \mathit{Var}\ \boxed{\texttt{=0}} \\
\mathit{Var} &\to \boxed{\texttt{x}} \\
\mathit{Var} &\to \boxed{\texttt{y}}
\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $\mathcal{G}$ nicht eindeutig ist.

Aufgabe 3: Palindrome 1+4 Punkte

Die Sprache der *Palindrome* über dem zweibuchstabigen Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ ist wie folgt definiert.

$$L_{Pal} = \{w_0 w_1 \ldots w_n \in \Sigma^* \mid \text{für alle } i = 0, \ldots, n \text{ gilt } w_i = w_{n-i}\}$$

(a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ an, die L_{Pal} erzeugt und nur ein Nichtterminalsymbol enthält (d.h. $|N| = 1$).

(b) Beweisen Sie durch Induktion, dass $L(\mathcal{G}) = L_{Pal}$ gilt.

Aufgabe 4: (Co-)Erreichbarkeit 2 Punkte

Gegeben sei eine kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$. Wir definieren:

Definition 1 (Erreichbarkeit)**.**
Ein Symbol $X \in \Sigma \cup N$ heißt *erreichbar*, wenn $S \vdash^* w_1 X w_2$ mit $w_1, w_2 \in (\Sigma \cup N)^*$ gilt.

Definition 2 (Co-Erreichbarkeit)**.**
Ein Symbol $X \in \Sigma \cup N$ heißt *co-erreichbar*, wenn ein $w \in \Sigma^*$ existiert mit $X \vdash^* w$.

Definition 3 (überflüssige Regel)**.**
Eine Regel $p \in P$ heißt *überflüssig in* $\mathcal{G}$, wenn die Grammatik $\mathcal{G}' = (\Sigma, N, P \setminus \{p\}, S)$ die gleiche Sprache erzeugt, d.h. $L(\mathcal{G}) = L(\mathcal{G}')$ gilt.

Zeigen oder widerlegen Sie:
Sind für eine Regel $X \to v_1 \ldots v_n \in P$ die Symbole $X, v_1, \ldots, v_n$ sowohl erreichbar als auch co-erreichbar, so ist die Regel nicht überflüssig in $\mathcal{G}$.

Aufgabe 5: Separierte Grammatik 1 Punkt

Wenden Sie die Konstruktion „SEP“ aus der Vorlesung auf die folgende Grammatik an.
$\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S\}$ und

$$P = \{\ S \to aSb \mid \varepsilon\ \}$$

Aufgabe 6: Längenbeschränkte Grammatik 1 Punkt

Wenden Sie die Konstruktion „BIN“ aus der Vorlesung auf die folgende Grammatik an.
$\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S, A, B\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \to ASBS \mid \varepsilon, \\ & A \to a \mid SBS, \\ & B \to b\ \} \end{aligned}$$

Aufgabe 7: ε-freie Grammatik 2 Punkte

Betrachten Sie die Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S, A, B, C\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \to AS \mid AB \mid AA, \\ & A \to a \mid BB \mid C, \\ & B \to b \mid \varepsilon \\ & C \to a\ \} \end{aligned}$$

(a) Wenden Sie den Algorithmus aus dem Beweis von Satz 3.4 an, um die Menge Nullable($\mathcal{G}$) zu berechnen. Geben Sie hierbei die Menge `M` nach jeder Iteration der while-Schleife an.

(b) Wenden Sie die Konstruktion „DEL“ aus der Vorlesung auf die Grammatik $\mathcal{G}$ an. Überspringen Sie dabei Schritt 2, d.h., wenden Sie nicht „SEP“ und „BIN“ an, da $\mathcal{G}$ bereits die entsprechende Form hat.

Aufgabe 8: Kettenregelfreie Grammatik 2 Punkte

Betrachten Sie die Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S, A, B, C\}$ und

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \to A \mid B, \\ & A \to B \mid b, \\ & B \to A \mid C, \\ & C \to AB \mid a\ \} \end{aligned}$$

Wenden Sie die Konstruktion „Unit“ aus der Vorlesung auf die Grammatik $\mathcal{G}$ an. Halten Sie sich dabei an folgende Anleitung.

(a) Geben Sie den Graphen für Schritt 1 explizit an.

(b) Solange Sie auf einen Zyklus treffen (Schritt 2), so wählen Sie zur Elimination (Schritt 3) dasjenige Nichtterminalsymbol, welches zuerst im deutschen Alphabet vorkommt (im Skript: A_1). Geben Sie anschließend die resultierenden Produktionsregeln und erneut den entsprechenden Graphen an.

(c) Geben Sie explizit eine topologische Sortierung (Schritt 4) an. Annotieren Sie beispielsweise die Knoten im Graphen mit Nummern wie im Skript.

(d) Geben Sie für Schritt 5 die Produktionsregeln nach jeder äußeren Schleifeniteration an.