Prof. Dr. Andreas Podelski
Dr. Matthias Heizmann
Christian Schilling

Abgabe: 8. Dezember 2017

7. Übungsblatt zur Vorlesung
Informatik III

Aufgabe 1: CYK-Algorithmus 3 Punkte

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ in Chomsky-Normalform mit $\Sigma = \{0, 1\}$, $N = \{S, A, B, C, D\}$ und den folgenden Produktionsregeln.

$$\begin{aligned} P = \{\ & S \to BB \mid CA \mid CD, \\ & A \to 0 \mid DC \mid CA, \\ & B \to CC \mid DB, \\ & C \to 1 \mid CD, \\ & D \to 0 \mid AA\ \} \end{aligned}$$

Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um das Wortproblem für die Grammatik $\mathcal{G}$ und das Wort $w = 010110$ zu entscheiden. Geben Sie die vollständige Tabelle an, die der Algorithmus produziert.[1] Liegt w in der Sprache von $\mathcal{G}$?

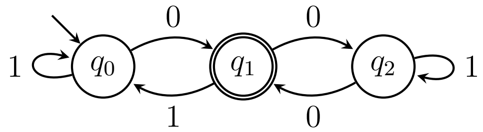
Aufgabe 2: DEA $\rightsquigarrow$ Typ-3-Grammatik 1+2+1 Punkte

Betrachten Sie die Konstruktion aus der „$\Rightarrow$“-Beweisrichtung von Satz 3.12 :

Sei $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \delta, q^{\text{init}}, F)$ ein DEA. Konstruiere die Typ-3-Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit

$$\begin{aligned} N &= Q \\ S &= q^{\text{init}} \\ P &= \{q \to aq' \mid q, q' \in Q, a \in \Sigma, \delta(q, a) = q'\} \cup \{q \to \varepsilon \mid q \in F\} \end{aligned}$$

(a) Betrachten Sie den folgenden DEA über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$.



Geben Sie eine äquivalente Typ-3-Grammatik an. Verwenden Sie dazu die obige Konstruktion.

[1] In der Literatur gibt es zahlreiche Variationen des Algorithmus, die sich im Wesentlichen in der Anordnung der Tabelleneinträge M_{ij} unterscheiden. Verwenden Sie die Anordnung aus der Vorlesung. Der erste Index gibt die Zeilennummer an, der zweite Index gibt die Spaltennummer an. Die Zeilennummern werden von oben nach unten größer, die Spaltennummern werden von links nach rechts größer.

(b) Zeigen Sie das folgende Lemma zu obiger Konstruktion:

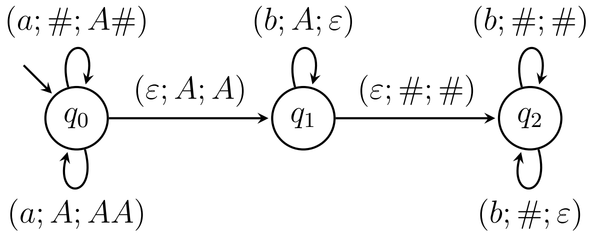
$$\delta^*(q^{\text{init}}, w) = q' \text{ gdw. } q^{\text{init}} \overset{*}{\vdash}_{\mathcal{G}} wq'$$

(c) Zeigen Sie mithilfe des Lemmas, dass $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{G})$ für obige Konstruktion gilt.

Anmerkung: Teilaufgaben (b) und (c) sind für einen beliebigen DEA zu zeigen, nicht nur für denjenigen aus dem Beispiel.

Aufgabe 3: Kellerautomaten I 2 Punkte

Betrachten Sie folgenden Kellerautomaten $\mathcal{K} = (\Sigma, Q, \Gamma, q^{\text{init}}, Z^{\text{init}}, \delta)$ mit dem Eingabealphabet $\Sigma = \{a, b\}$, der Menge von Zuständen $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, dem Kelleralphabet $\Gamma = \{\#, A\}$, dem Startzustand $q^{\text{init}} = q_0$ und dem Startsymbol des Kellers $Z^{\text{init}} = \#$. Im folgenden Zustandsdiagramm von $\mathcal{K}$ sind Beschriftungen $(x; Z; \gamma)$ von Transitionen für $x \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, $Z \in \Gamma$ und $\gamma \in \Gamma^*$ folgendermaßen zu lesen: x ist das Eingabesymbol (oder ε) und Z ist das oberste Kellersymbol, welches nach Ausführung der Transition durch γ an der Spitze des Kellers ersetzt wird.



(a) Akzeptiert $\mathcal{K}$ das Wort $aabbb$?

(b) Was ist die von $\mathcal{K}$ erkannte Sprache $L(\mathcal{K})$?

Aufgabe 4: Kellerautomaten II 2 Punkte

Konstruieren Sie einen Kellerautomaten $\mathcal{K}$, der die folgende Sprache erkennt.

$$L = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Geben Sie jede Komponente der Struktur $\mathcal{K} = (\Sigma, Q, \Gamma, q^{\text{init}}, Z^{\text{init}}, \delta)$ an. Sie dürfen die Transitionsfunktion δ durch ein Zustandsdiagramm wie in Aufgabe 3 darstellen.