Prof. Dr. Andreas Podelski
Dr. Matthias Heizmann
Christian Schilling

Abgabe: 22. Dezember 2017

9. Übungsblatt zur Vorlesung
Informatik III

Aufgabe 1: Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen 3 Punkte

Betrachten Sie die folgende Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}^*$.

$$L = \{a^n b^{2n} a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Zeigen Sie mit dem Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen, dass L nicht kontextfrei ist. Analoge Fälle müssen Sie nicht mehrfach betrachten; geben Sie die Fälle aber explizit an.

Aufgabe 2: Abschlusseigenschaften kontextfreier Sprachen 1+2 Punkte

(a) Betrachten Sie die beiden kontextfreien Grammatiken $\mathcal{G}_i = (\Sigma, N_i, P_i, S_i)$ für $i = 1, 2$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N_i = \{S_i, A\}$ und den folgenden Produktionsregeln.

$$\begin{aligned} P_1 = \{ \; & S_1 \to A \mid \varepsilon \\ & A \to a \mid AAb \; \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_2 = \{ \; & S_2 \to aA \\ & A \to a \mid aAb \; \} \end{aligned}$$

Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik, welche die folgende Sprache erzeugt.

$$L(\mathcal{G}_1) \cdot (L(\mathcal{G}_2))^*$$

Verwenden Sie dazu die Konstruktionen aus der Vorlesung (Beweis zu Satz 5.5). *Hinweis:* Das Umbenennen von Nichtterminalsymbolen kann helfen um eine disjunkte Vereinigung zu ermöglichen.

(b) Seien L_1 und L_2 kontextfreie Sprachen. Ist die Differenz $L_1 \setminus L_2$ kontextfrei?

Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 3: Deterministisch kontextfreie Sprachen 2 Punkte

Betrachten Sie die folgenden beiden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$.

$$L_1 = \{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$
$$L_2 = \{a^n c a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Zeigen Sie, dass die Vereinigung $L_1 \cup L_2$ deterministisch kontextfrei ist, indem Sie einen deterministischen Kellerautomaten angeben, der diese Sprache akzeptiert.