



12. Übungsblatt zur Vorlesung Informatik III

Aufgabe 1: Gültige Turingmaschinencodierung

1 Punkt

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, welche die Sprache der codierten Turingmaschinen (s. Kapitel 6.5.1 im Skript) erzeugt.

Aufgabe 2: Turingmaschinendecodierung

2 Punkte

Geben Sie die Turingmaschine an, die zu folgender Codierung (s. Kapitel 6.5.1 im Skript) korrespondiert.

111 0100100101000 11 00101010010 11 00100010001000100 111 00 111

Verwenden Sie dabei die folgende Reihenfolge für die Nummerierung von Zuständen und Bandsymbolen.

$$\frac{Q}{\Gamma} \left| \begin{array}{c} q_0, q_1, q_2 \\ \sqcup, 0, 1 \end{array} \right.$$

Aufgabe 3: Funktionen

4 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen aus der Vorlesung gelten.

- (a) Die Funktion `stdnum` ist bijektiv (Lemma 7.1).
- (b) Die Funktion `bin2tm` ist surjektiv (Lemma 7.2), aber nicht injektiv.
- (c) Die Funktion `func2power` ist surjektiv (Lemma 7.3), aber nicht injektiv.

Aufgabe 4: Charakteristische Funktion

2 Punkte

Definition 7.5 aus der Vorlesung lautet:

Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache. Die *charakteristische Funktion* $\chi_L : \Sigma^* \rightarrow \{0, 1\}$ ist wie folgt definiert:

$$\chi_L(w) = \begin{cases} 1 & \text{falls } w \in L \\ 0 & \text{falls } w \notin L \end{cases}$$

Satz 7.7 aus der Vorlesung besagt:

Sei $\{0, 1\} \subseteq \Sigma$. Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist genau dann entscheidbar, wenn die charakteristische Funktion χ_L berechenbar ist.

Zeigen Sie diese Aussage.

Hinweis: In den folgenden Aufgaben sollen Sie jeweils eine Turingmaschine konstruieren. Sie müssen keine formale Konstruktion der Turingmaschine angeben. Es genügt, wenn Sie Ihre Konstruktionsidee *kurz aber präzise* beschreiben, ggf. unterstützt mit einem Flussdiagramm.

Verwenden Sie jeweils die universelle Turingmaschine \mathcal{M}_U .

Aufgabe 5: Abschlusseigenschaften von entscheidbaren Sprachen 1 Punkt
Seien L_1 und L_2 zwei entscheidbare Sprachen über einem Alphabet Σ . Zeigen Sie, dass auch der Schnitt $L_1 \cap L_2$ entscheidbar ist.

Aufgabe 6: Entscheidbarkeit 2 Punkte
Sei \mathcal{M} eine deterministische Turingmaschine. Zeigen Sie, dass es entscheidbar ist, ob die TM \mathcal{M} angesetzt auf das leere Eingabeband jemals ein anderes Zeichen als Blank (\sqcup) schreibt.

Aufgabe 7: Simulation 2 Punkte
Betrachten Sie die folgende Sprache.

$$L_{42} = \{ \ulcorner \mathcal{M} \urcorner \mid \text{für jede Eingabe } w \text{ der Länge } 42 \text{ hält } \mathcal{M} \text{ angesetzt auf } w \}$$

Beschreiben Sie eine Turingmaschine \mathcal{M}_{42} , die alle Wörter in L_{42} akzeptiert und für alle anderen Wörter nicht hält.

Bemerkung: Sie geben hier ein sogenanntes *Semi-Entscheidungsverfahren* für L_{42} an.