Prof. Dr. Andreas Podelski
Dr. Matthias Heizmann
Christian Schilling

Abgabe: 2. Februar 2018

13. Übungsblatt zur Vorlesung
Informatik III

Empfohlene Vorgehensweise zum Führen eines Reduktionsbeweises:

1. Reduktionsrichtung bestimmen
2. passende Sprache für Reduktion finden
3. Reduktionsfunktion f angeben
4. angeben, dass und ggf. warum f total und berechenbar ist
5. Äquivalenz „$w \in L_1$ gdw. $f(w) \in L_2$“ zeigen
6. verwendete Eigenschaft der gewählten Sprache ((un-/semi-)entscheidbar) angeben und damit die zu zeigende Aussage folgern

Aufgabe 1: Eigenschaften der Reduktionsrelation 2 Punkte

Satz 7.17 der Vorlesung besagt:

> Die Reduktionsrelation $\preceq$ ist reflexiv und transitiv.

Beweisen Sie diese Aussage.

Aufgabe 2: Reduktion I 3 Punkte

Sei $L_1 \subseteq \Sigma^*$ eine entscheidbare Sprache und sei $\emptyset \subsetneq L_2 \subsetneq \Sigma^*$ eine weitere Sprache. Dann gilt $L_1 \preceq L_2$.

(a) Beweisen Sie diese Behauptung.

(b) Für die Fälle $L_2 = \emptyset$ und $L_2 = \Sigma^*$ folgt nicht $L_1 \preceq L_2$.
Beweisen Sie dies für einen der beiden Fälle.

Aufgabe 3: Reduktion II 4 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe von Reduktion, dass die folgende Sprache unentscheidbar ist.

$$H_{\forall w} = \{\ulcorner \mathcal{M} \urcorner \mid \mathcal{M} \text{ angesetzt auf jedes beliebige Wort } w \in \Sigma^* \text{ hält}\}$$

Aufgabe 4: Reduktion III 4 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe von Reduktion, dass die folgende Sprache semi-entscheidbar ist.

$$H_{42} = \{\ulcorner \mathcal{M} \urcorner \mid \mathcal{M} \text{ angesetzt auf die Binärcodierung von 42 hält}\}$$

Verwenden Sie zur Reduktion die semi-entscheidbare Sprache H_ε.